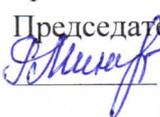


государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Самарской области
«Образовательный центр с. Камышла»

Рассмотрено
на заседании МО
преподавателей ООП
протокол № 1 от «31 » 08 2021 г.

Председатель МО
 Мингалимова Р.М.

Утверждаю
Директор ГБПОУ
«Образовательный центр
с. Камышла»
 Хисматов М.М.
« 1 » сентября 2021 г.



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по учебному предмету

«МАТЕМАТИКА»

35.01.11 «Мастер сельскохозяйственного производства»

Камышла 2021 г.

Пояснительная записка

Методические указания для выполнения практических работ составлены в соответствии с рабочей программой по предмету **Математика** для 1 и 2 курса специальностей СПО и является частью учебно-методического комплекса.

Практические занятия направлены на формирование учебных и профессиональных практических умений, они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки студентов

В содержании каждой практической работы указывается цель работы, какие формируются учебные и профессиональные практические умения, порядок выполнения работы, рекомендуемые информационные источники и краткие теоретические сведения или формулы, примеры решения задач, вопросы для самоконтроля, варианты заданий для самостоятельного решения, критерий оценки.

Критерий оценивания практических работ

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;

Отметка «4» ставится, если:

- выполнено 75-90% заданий;

Отметка «3» ставится, если:

- выполнено 60-75% заданий;

Отметка «2» ставится, если:

- выполнено менее 60% заданий;

Практическая работа №1

Тема: Показательные и логарифмические функции: их свойства и графики.

Методические указания.

1. Повторить конспект урока «Показательные и логарифмические функции: их свойства и графики».

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определения: вектора, модуль вектора, равные вектора;
- правила работы с векторами;
- условия перпендикулярности и коллинеарности векторов;
- скалярного произведения векторов.

Студент должен **уметь:**

- находить координаты вектора
- вычислять скалярное произведение;
- находить угол между векторами;
- находить проекцию вектора на ось.

Порядок выполнения работы:

Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

Ответить на контрольные вопросы.

Выполнить самостоятельную работу.

Сдать отчет по проделанной работе.

2. Исследовать функции, построить их графики (каждую пару в одной системе координат) и провести сравнительный анализ:

1) $y = \log_3 x$ и $y = \log_{\frac{1}{3}} x$;

2) $y = \log_2(2 - x)$ и $y = \log_{\frac{1}{2}}(2 - x)$;

$$3) y = 4^x \text{ и } y = \left(\frac{1}{4}\right)^x ;$$

$$4) y = 2^{x+1} \text{ и } y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} .$$

3. Схема сравнительного анализа функций:

- 1) Область определения функции.
- 2) Множество значений функции.
- 3) Монотонность функции.
- 4) Нули функции.

Практическая работа №2

Тема: Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества, формулы приведения. Графики тригонометрических функций.

Методические указания.

1. Повторить конспект урока «Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества, формулы приведения».

- 1) Задание: выполнить графическую работу «Графики тригонометрических функций».

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
Построить график функции $y = 3 \sin x$	Построить график функции $y = -\sin x$	Построить график функции $y = \sin 2x$	Построить график функции $y = \sin x - 2$
Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
Построить график функции $y = 0,5 \cos x$	Построить график функции $y = -\cos x$	Построить график функции $y = \cos 3x$	Построить график функции $y = -\cos x + 1$
Вариант 9	Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12
Построить график функции $y = \cos x + 3$	Построить график функции $y = \cos 0,5x$	Построить график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$	Построить график функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15	Вариант 16
Построить график функции $y = 3 \cos x$	Построить график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$	Построить график функции $y = \sin x + 2$	Построить график функции $y = 0,5 \sin x$
Вариант 17	Вариант 18	Вариант 19	Вариант 20
Построить график функции $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	Построить график функции $y = -1,5 \sin x$	Построить график функции $y = -\sin 0,5x$	Построить график функции $y = \sin x - 1$

Вариант 21	Вариант 22	Вариант 23	Вариант 24
Построить график функции $y = -2 \cos x$	Построить график функции $y = 2 \sin x + 1$	Построить график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$	Построить график функции $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$
Вариант 25	Вариант 26	Вариант 27	Вариант 28
Построить график функции $y = 4 \sin x$	Построить график функции $y = -\sin x + 2$	Построить график функции $y = \cos 2x$	Построить график функции $y = 4 \cos x$

Форма выполнения задания: построение графика.

Практическая работа №3

Тема: «Выполнение действий над векторами».

Цель работы: сформировать у студентов умения находить координаты вектора; производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами; находить проекцию вектора на ось.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определения: вектора, модуль вектора, равные вектора;
- правила работы с векторами;
- условия перпендикулярности и коллинеарности векторов;
- скалярного произведения векторов.

Студент должен **уметь:**

- находить координаты вектора
- вычислять скалярное произведение;
- находить угол между векторами;
- находить проекцию вектора на ось.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «Вектора в пространстве».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

Пусть в трехмерном пространстве заданы векторы $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}, \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}, \vec{c}\{x_3; y_3; z_3\}$ своими координатами.

1) **Сложение** двух векторов производится поэлементно, то есть если $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, то в координатной форме записывается:

$$\vec{c}\{x_3; y_3; z_3\} = \vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} + \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\} = \{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$$

2) **Умножение вектора на число.**

В случае n-мерного пространства произведение вектора $a = \{a_1; a_2; \dots; a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$$k \cdot a = \{k \cdot a_1; k \cdot a_2; \dots; k \cdot a_n\}$$

Пример 1. Найти произведение вектора $\vec{a} = \{1; 2\}$ на 3.

Решение: $3 \cdot \vec{a} = \{3 \cdot 1; 3 \cdot 2\} = \{3; 6\}$.

3). Координаты вектора.

Вектор АВ заданный координатами точек А($A_x ; A_y ; A_z$) и В($B_x ; B_y ; B_z$) можно найти воспользовавшись следующей формулой

$$\vec{AB} = \{B_x - A_x ; B_y - A_y ; B_z - A_z\}$$

Пример 2. Найти координаты вектора АВ, если А(1; 4; 5), В(3; 1; 1).

Решение: $\vec{AB} = \{3 - 1; 1 - 4; 1 - 5\} = \{2; -3; -4\}$.

4) Длина вектора.

Если даны две точки пространства $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$, то длину отрезка АВ можно вычислить

по формуле $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Пример 3

Даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$. Найти длину отрезка АВ.

Решение: по соответствующей формуле:

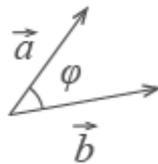
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(1 - (-3))^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Ответ: $|\vec{AB}| = 4\sqrt{5}$ ед. $\approx 8,94$ ед.

5. Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$



6. Из формулы для скалярного произведения можно найти **угол между векторами:**

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$$

Пример 4. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{3; 4; 0\}$ и $\vec{b} = \{4; 4; 2\}$.

Решение: Найдем скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot 2 = 12 + 16 + 0 = 28.$$

Найдем модули векторов:

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 16 + 4} = \sqrt{36} = 6$$

Найдем угол между векторами:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{28}{5 \cdot 6} = \frac{14}{15}$$

Задания для самостоятельной работы.

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{1; -2; 3\}, \vec{b}\{4; 0; -1\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4; 1; -3\}, \vec{b}\{0; -5; 2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-1; 3; 1\}, \delta$ – число $\delta = -3$ $\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка А(1; 2; -3). Точка В (-3; 4; -1). Точка С-

		середина отрезка АВ. $C(x_c; y_c; z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$.
5	Найти координаты вектора	Точка А (5; 0; -3). Точка В (-1; 4; -7) Находим координаты вектора \overrightarrow{AB} . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}\{3, -2, 0\}$ $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{-2; 3; 7\}, \vec{b}\{-9; 0; 2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}\{2; 0; 1\}, \vec{b}\{-3; 1; 2\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	$\vec{a}\{m; 3; 1\}, \vec{b}\{1; n; 2\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}\{-4; 0; 1\}, \vec{b}\{2; 7; 8\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов

Вариант 2

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{2; -3; 4\}, \vec{b}\{-1; 2; 0\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4; -5; 7\}, \vec{b}\{3; -1; 2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-2; 4; 0\}, \delta$ – число $\delta = -4$ $\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка А (-3; 1; 2) Точка В (2; -3; 1) Точка С- середина отрезка АВ. $C(x_c, y_c, z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$.
5	Найти координаты вектора	Точка А (6; -3; 4). Точка В (1; -4; 7). Находим координаты вектора \overrightarrow{AB} . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}\{0, 2, -2\}$ $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{-3; 2; 9\}, \vec{b}\{-7; 0; 3\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}\{4; 1; 0\}, \quad \vec{b}\{-5; 3; 1\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	$\vec{a}\{m; 5; 3\}, \quad \vec{b}\{2; n; 4\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}\{0; -3; 2\}, \quad \vec{b}\{9; 4; 6\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов

Критерий оценки: «5» - 9-10 заданий; «4» - 7-8 заданий; «3» - 5-6 заданий

Практическая работа №4.

«Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов призм.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение призмы, параллелепипеда, куба и их элементы;
- виды призм: прямая, наклонная; правильная;
- виды параллелепипедов: прямой, наклонный, прямоугольный, куб;
- диагональные сечения призмы, параллелепипеда, куба;
- формулы нахождения площадей основания, боковой поверхности, полной поверхности и объемов призм.

Студент должен **уметь:**

Вычислять площадь основания, боковой поверхности, полной поверхности и объем призм.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 3 см, 6 см, 7 см. Найдите диагональ параллелепипеда.
2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 40 см^2 , а площадь боковой поверхности равна 8 см^2
3. Найдите объем прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 4 см и 5 см, угол между ними 45° , а боковые ребра равны 8 см.
4. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30° . Найдите объем призмы.
5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60° . Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найдите объем призмы.
6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Большой катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найдите объем призмы.
7. Сколько кг краски потребуется для покраски (с учетом пола и потолка) помещения размерами 12 x 5 x 3 метра, если расход краски на 1 м^2 составляет 250 г?

2 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 1 см, 4 см, 5 см. Найдите диагональ параллелепипеда.
2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырёхугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 52 см^2 , а площадь боковой поверхности равна 44 см^2 .
3. Найдите объём прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 3 см и 4 см, угол между ними 30° , а боковые рёбра равны 6 см..
4. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания.
5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60° . Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найдите объём призмы.
6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 8 см. Меньший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найдите объём призмы.

Критерий оценок по заданиям самостоятельной работы:

«5» -6 заданий; «4» -5 заданий; «3» -4 задания;

Практическая работа №5

«Вычисление площадей поверхностей и объемов пирамид и усеченных пирамид».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов пирамид и усеченных пирамид.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- определение пирамиды, усеченной пирамиды (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота);
- виды пирамид (правильная, неправильная);
- формулы для расчета площадей и объемов пирамид, усеченных пирамид;
- связь между стороной основания правильной треугольной пирамиды и радиусами вписанной и описанной окружности;
- двугранный угол при основании правильной пирамиды;

Студент должен уметь:

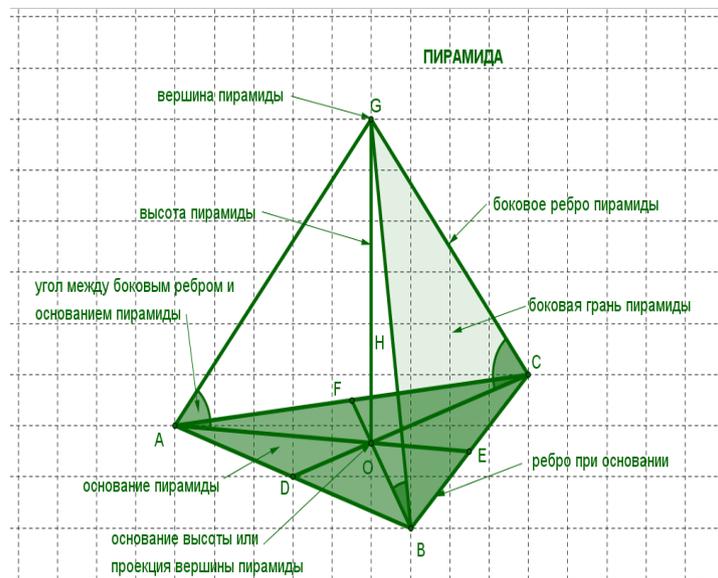
- производить расчет площадей поверхности и объемы пирамиды и усеченной пирамиды;

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «Пирамида. Усеченная пирамида»
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

Пирамида — это многогранник, у которого одна грань — основание пирамиды — произвольный многоугольник, а остальные — боковые грани — треугольники с общей вершиной, называемой вершиной пирамиды.



Перпендикуляр опущенный из вершины пирамиды на ее основание, называется **высотой пирамиды**. Пирамида называется **треугольной**, **четырёхугольной**, и т.д., если основанием пирамиды является **треугольник**, **четырёхугольник** и т.д. **Треугольная пирамида** есть **четырёхгранник** — **тетраэдр**. **Четырёхугольная** — **пятигранник** и т.д

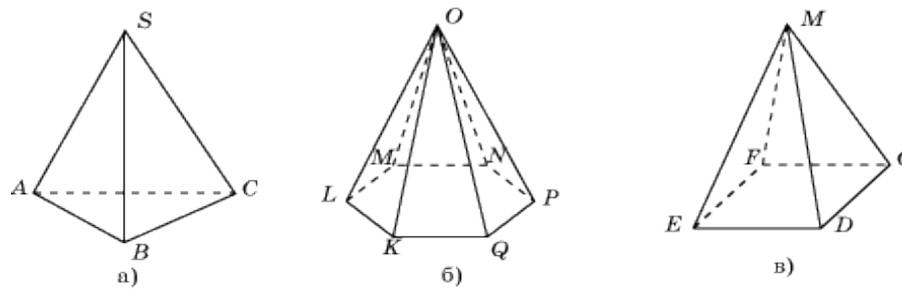


Рис. 65

Если основание пирамиды — **правильный многоугольник**, а высота опускается в центр основания, то — **пирамида правильная**. В правильной пирамиде все боковые ребра равны, все боковые грани равные равнобедренные треугольники. Высота треугольника боковой грани правильной пирамиды называется — **апофема правильной пирамиды**.

Сечение параллельное основанию пирамиды делит пирамиду на две части. Часть пирамиды между ее основанием и этим сечением — это **усеченная пирамида**. Это сечение для усеченной пирамиды является одним из её оснований. Расстояние между основаниями усеченной пирамиды называется **высотой усеченной пирамиды**. Усеченная пирамида называется **правильной**, если пирамида, из которой она была получена, была **правильной**. Все боковые грани правильной усеченной пирамиды — это равные равнобокие трапеции. Высота трапеции боковой грани правильной усеченной пирамиды называется — **апофема** правильной усеченной пирамиды

Контрольные вопросы.

1. Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота)?
2. Что представляет собой сечения пирамиды плоскостями, проходящими через её вершину?
3. Что такое диагональное сечение пирамиды?
4. Объясните, что такое усечённая пирамида?
5. Какая пирамида называется правильной?
6. Что такое апофема правильной пирамиды?
7. Чему равна боковая поверхность правильной пирамиды?
8. Как найти объем пирамиды?
9. Как найти объем усеченной пирамиды?
10. Какое применение нашли пирамиды в строительстве

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

7. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4 см, а сторона основания равна 6 см. Найдите объём пирамиды.
8. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота – 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
9. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60° . Найдите объём пирамиды.
10. Дана четырёхугольная пирамида, высота которой 6 см. На расстоянии 4 см от вершины пирамиды проведена плоскость параллельная основанию. Найдите площадь поверхности и объём пирамиды, если площадь поверхности полученной пирамиды равна 25 см^2 , а объём равен 53 см^3 .
11. По стороне основания и высоте h найдите апофему правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырёхугольной; 3) шестиугольной

2 вариант

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45° . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найдите объём пирамиды.
2. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 дм, а высота равна 8 дм. Найдите объём пирамиды.
3. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а высота – 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
4. По стороне основания и высоте h найдите боковое ребро правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырёхугольной; 3) шестиугольной.
12. Сколько литров воды вмещает яма, вырытая в виде усечённой пирамиды, если высота ямы 1,5 м, сторона нижнего основания 0,8 м, верхнего – 1,2 м?

Критерий оценок по заданиям самостоятельной работы:

«5» - 5 заданий «4» - 4 заданий; «3» - 3 задания; «2» - меньше 3 заданий

Практическая работа №6.

«Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение цилиндра и его элементов;
- виды сечений: осевое сечение, сечение перпендикулярное оси цилиндра;
- формулы для расчетов площадей и объемов.

Студент должен **уметь:**

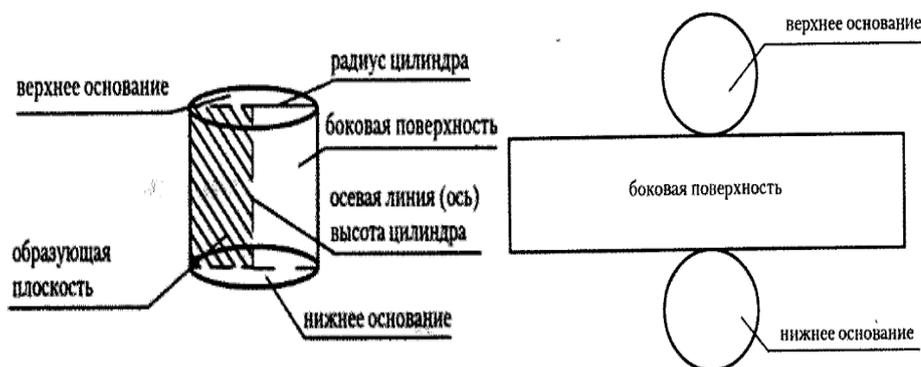
- производить расчет площадей основания, боковой поверхности полной поверхности и объемов цилиндров;
- применять полученные знания при решении задач с профессиональной направленностью.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельную работу по решению задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.
5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Цилиндр — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон как оси.



Развертка цилиндра приведена схематически

Площадь боковой поверхности цилиндра: $S_{\text{бок.}} = C \cdot H = 2\pi RH$,

где C — длина окружности, H — высота цилиндра, R — радиус окружности основания.

Площадь полной поверхности: $S_{\text{полн.пов.цилиндра}} = 2\pi R^2 + 2\pi RH$

Объем цилиндра: $V = S_{\text{осн.}} \cdot H = \pi R^2 H$,

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Самостоятельно выполните: задания теста:

1 вариант

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 5 см

A) $25\pi\text{см}^2$; B) $5\pi\text{см}^2$; C) $10\pi\text{см}^2$; D) 10см^2 E) $40\pi\text{см}^2$

2. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $10\pi\text{см}^2$; B) $20\pi\text{см}^2$; C) $4\pi\text{см}^2$; D) $20\pi\text{см}^2$; E) $40\pi\text{см}^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна $4\pi\text{см}^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $108\pi\text{см}^2$; B) $4\pi\text{см}^2$; C) $144\pi\text{см}^2$; D) $24\pi\text{см}^2$; E) $12\pi\text{см}^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза меньше образующей, равной $4a$, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $8a^2\pi$; B) $24a^2\pi$; C) $4a^2\pi$; D) $12a^2\pi$; E) $16a^2\pi$

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его большей стороны, равна:

A) $88\pi\text{см}^2$; B) $77\pi\text{см}^2$; C) $90\pi\text{см}^2$; D) $56\pi\text{см}^2$; E) $154\pi\text{см}^2$

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна $64\pi\text{ м}^2$, а высота – 4 м, тогда радиус равен:

A) 12 м; B) 16 м; C) 8 м; D) 4 м; E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) $10\pi\text{см}^2$; B) $25\pi\text{см}^2$; C) $160\pi\text{см}^2$; D) $64\pi\text{см}^3$; E) $40\pi\text{см}^2$

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в три раза?

A) в 3 раза; B) в 6 раз; C) в 12 раз; D) в 2 раза; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 10 см и радиусом 2 см равна

A) $10\pi\text{см}^2$; B) $25\pi\text{см}^2$; C) 160см^2 ; D) $64\pi\text{см}^2$; E) 40см^2

10. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда объем цилиндра равен:

A) $10\pi\text{см}^3$; B) $20\pi\text{см}^3$; C) $4\pi\text{см}^2$; D) $20\pi\text{см}^2$; E) $40\pi\text{см}^3$

Вариант - 2

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 3 см

A) $25\pi\text{см}^2$; B) $9\pi\text{см}^2$; C) $10\pi\text{см}^2$; D) $10\pi\text{см}^2$ E) $36\pi\text{см}^2$

2. Радиус основания цилиндра равен 8 см, высота – 3 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $66\pi\text{см}^2$ B) $48\pi\text{см}^2$ C) $64\pi\text{см}^2$ D) $24\pi\text{см}^2$ E) $110\pi\text{см}^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна $25\pi\text{см}^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $10\pi\text{см}^2$ B) $25\pi\text{см}^2$ C) $150\pi\text{см}^2$ D) $20\pi\text{см}^2$ E) $75\pi\text{см}^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза больше образующей, равной 3 м, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $12\text{м}^2\pi$ B) $36\text{м}^2\pi$ C) $108\text{м}^2\pi$ D) $9\text{м}^2\pi$ E) $6\text{м}^2\pi$

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его меньшей стороны, равна:

A) $22\pi\text{см}^2$ B) $88\pi\text{см}^2$ C) $154\pi\text{см}^2$ D) $144\pi\text{см}^2$ E) $26\pi\text{см}^2$

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна $64\pi\text{ м}^2$, а высота – 8 м, тогда радиус равен:

A) 12 м B) 16 м C) 8 м D) 4 м E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 12 и 8 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) $16\pi\text{см}^3$ B) $36\pi\text{см}^2$ C) $144\pi\text{см}^2$ D) 64см^2 E) 96см^2

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в 2 раза?

A) в 2 раза; B) в 6 раз; C) в 4 раза; D) в 8 раз; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 12 см и радиусом 5 см равна

A) $120\pi\text{см}^2$; B) $25\pi\text{см}^2$; C) $120\pi\text{см}^2$; D) $64\pi\text{см}^2$; E) 40см^2 лания цилиндра равен 3 см, высота – 4 см, тогда объем цилиндра равен:

A) 36см^3 ; B) $20\pi\text{см}^3$; C) $4\pi\text{см}^3$; D) $20\pi\text{см}^3$; E) $36\pi\text{см}^3$

Практическая работа №7

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».

Цель занятия сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов конусов.

При выполнении практической работы студент должен **знать**:

- определение конуса и усеченного конуса, элементы конуса: высота, образующая, радиус;
- сечения конуса;

- формулы для расчета площадей поверхности и объема конуса;

Студент должен **уметь**: вычислять площадь боковой поверхности конуса и усеченного конуса, площадь полной поверхности, объем конуса и усеченного конуса.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».

2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

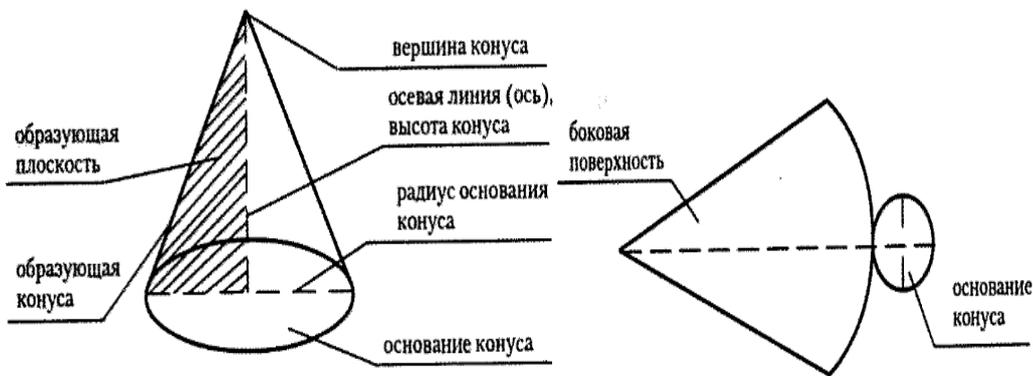
3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.

5. Сдать отчет по проделанной работе

Краткие теоретические сведения:

Определение. **Конус** (прямой) — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси



Площадь полной поверхности: $S_{\text{полн.пов.конуса}} = \pi R^2 + \pi RL$

Площадь

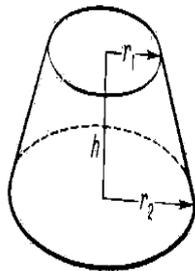
боковой
 $S_{\text{бок. пов.}} = \pi RL$

поверхности:

Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H,$$

Усеченный конус



$$S_{\text{бок}} = \pi L(R + r)$$

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + \pi(R^2 + r^2)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

Образцы решения задач.

Задача 1. Высота конуса равна 36, а диаметр основания равен 30. Найдите длину образующей конуса?

Решение

AB - радиус основания конуса

$$AB = \frac{30}{2} = 15$$

Образующая HB является гипотенузой прямоугольного треугольника $\triangle AHB$

Известны высота AH = 36 и AB = 15, по теореме Пифагора найдем HB

$$HB^2 = AH^2 + AB^2$$

$$HB^2 = 36^2 + 15^2$$

$$HB = \sqrt{1296 + 225}$$

Ответ: 39.

Задача 2. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите радиус основания, если длина образующей равна 15.

Решение

AB - радиус основания конуса, $\angle ABH = 60^\circ \rightarrow \angle AHB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$\sin(\angle AHB) = \frac{AB}{HB} = 12$$

$$HB = 15$$

$$AB = \frac{HB}{2} = 7.5$$

Ответ: 7.5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?
2. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса?
3. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник со стороной a . Чему равна высота конуса?
4. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей перпендикулярно оси конуса?
5. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник, а радиус основания конуса 3 см ?
6. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, параллельной двум образующим конуса?

2. Решите самостоятельно:

1 вариант

1. Диаметр основания конуса равен 6 , а угол при вершине осевого сечения равен 90° . Вычислите объем конуса, деленный на π .
2. Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6 . Найдите его объем, деленный на π .
3. Радиус основания конуса равен 3 , высота равна 4 . Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .
4. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в $1,5$ раза?
5. Площадь полной поверхности конуса равна $164\pi\text{ см}^2$, площадь его боковой поверхности равна $100\pi\text{ см}^2$. Найдите радиус основания конуса.

6. Сколько стоит покраска конического шпиля башни, если длина окружности его основания равна $18,84\text{ м}$, а угол между образующими в осевом сечении составляют 60° . Покраска 1 м^2 стоит 150 руб.

2 вариант.

1. Найдите объем конуса, если его образующая равна 12 см , а угол при вершине равен 120° .
 2. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника вокруг меньшего катета, если другой катет равен 6 см и противолежащий ему угол равен 60° .
 3. Площадь полной поверхности конуса равна $136\pi\text{ см}^2$, площадь его боковой поверхности равна $100\pi\text{ см}^2$. Найдите радиус основания конуса.
 4. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?
 5. Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30° . В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.
 6. Объем конуса равен 24 . Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.
- Критерий оценки:** «5» -6 заданий; «4» -5 заданий; «3» -4 задания.

Практическая работа №8

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов шара».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов шара.

При выполнении практической работы студент должен **знать:**

- определение шара, сферы;
- диаметр сферы, сечения сферы;
- шаровой слой, шаровой сегмент;
- касательная плоскость;
- формулы расчета площади поверхности сферы и объема шара

Студент должен **уметь:** решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов шара

Порядок выполнения работы:

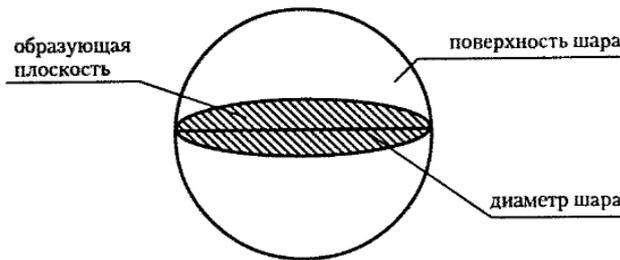
1. Изучить теоретический материал по теме «Шар. Сфера».
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить тест.

5. Подготовить отчет по работе.

Краткие теоретические сведения

Определение. **Шар** — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением полукруга вокруг его диаметра как оси.



Площадь поверхности шара равна учетверенной площади большого круга шара.

$$S = 4\pi R^2,$$

где R — радиус шара.

Объем шара равен четырем третям произведения числа Пи на куб радиуса.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

Задача 1. Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9 м^2 . Найдите площадь сферы.

Решение: Сечение, проходящее через центр сферы есть окружность.

$$S_{\text{сеч}} = \pi r^2, \text{ отсюда } 9 = \pi R^2, \text{ отсюда } R = \sqrt{9/\pi}.$$

$$S_{\text{сферы}} = 4\pi r^2, \text{ значит } S_{\text{сферы}} = 4\pi \cdot 9/\pi = 36\text{ м}^2$$

Контрольные вопросы.

1. Что такое шар, шаровая поверхность или сфера?
2. Что такое радиус шара, диаметр шара? Какие точки шара называются диаметрально противоположными?
3. Чем является линия пересечения шара с плоскостью?
4. Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг?
5. По какой формуле вычисляется площадь сферы?
6. Какая плоскость называется касательной к шару?
7. Чем является линия пересечения двух сфер?

Задания для самостоятельного решения.

Выполните тест по теме «Сфера и шар»

1. Выберите неверное утверждение.

- сечение шара плоскостью есть окружность;
- сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг её диаметра;
- тело, ограниченное сферой, называется шаром;
- площадь сферы можно вычислить по формуле $S = 4\pi r^2$;

2. Какое сечение шара плоскостью имеет наибольшую площадь?

- сечение большого круга;
- сечение, перпендикулярное диаметру шара;
- сечение, параллельное диаметру шара;
- сечение, проходящее через точку, которая делит диаметр 3:2.

3. Какая фигура является пересечением двух больших кругов шара?

- отрезок, который является диаметром данного шара;
- окружность;
- угол;
- отрезок, который является радиусом данного шара.

4. Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:

- бесконечно много точек, принадлежащих окружности;
- одну;
- ни одной;

- 2 точки, принадлежащие окружности

5. Шар, радиус которого 5 см, пересечен плоскостью на расстоянии 4 см от центра. Найти площадь сечения

- $9\pi \text{ см}^2$;
- $\pi \text{ см}^2$;
- $3\pi \text{ см}^2$;
- $81\pi \text{ см}^2$;

6. Через середину радиуса шара проведена плоскость перпендикулярная к радиусу. Какая часть площади большого круга составляет площадь круга, полученного в сечении?

- $\frac{3}{4}$ большого круга;
- $\frac{1}{2}$ большого круга;
- $\frac{1}{4}$ большого круга;
- $\frac{1}{8}$ большого круга;

7. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π , а площадь сечения равна 27π .

- 3
- $2\sqrt{3}$;
- 6;
- $3\sqrt{2}$.

8. Объем параллелепипеда, описанного около сферы равен 216. Найти радиус сферы.

- 3;
- 6;
- 9;
- 1.

9. Ребро куба равно 1. Найдите площадь большого круга, описанного около куба шара

- 3π ;
- $4\pi/3$;
- $\pi\sqrt{3}$;
- $4\pi\sqrt{3}$

10. Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:

- бесконечно много точек, принадлежащих окружности;
- одну;
- ни одной;
- 2 точки, принадлежащие окружности

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Практическая работа №9

«Решение задач на элементы комбинаторики»

Цель: формирование умений решать задачи на размещения, сочетания и перестановки.

Студент должен знать:

- Понятия: факториал, размещения, сочетания, перестановки;
- формулы размещения, сочетания, перестановок;
- основные правила комбинаторики

Студент должен уметь: решать задачи на размещения, сочетания и перестановки.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретический материал по теме.
2. Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.
5. Подготовить отчет по работе.

Краткие теоретические сведения:

С помощью восклицательного знака обозначается произведение всех натуральных чисел от до включительно:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

произведение называется « факториал», и считается, что $1! = 1$

$$0! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$5! = 2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 3! \cdot 4 \cdot 5 = 4! \cdot 5$$

$$n! = (n-1)! \cdot n$$

Размещения: Комбинации из n элементов по m элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются **размещениями**.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: Комбинации из n элементов по m элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются **сочетаниями**.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Перестановки: Комбинации из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются **перестановками**.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух **основных правил** - правила суммы и правила произведения.

Правило суммы. Если некоторый объект **A** можно выбрать n способами, а другой объект **B** можно выбрать m способами, то выбор "**либо A, либо B**" можно осуществить $n+m$ способами.

Правило произведения. Если объект **A** можно выбрать n способами, а после каждого такого выбора другой объект **B** можно выбрать (независимо от выбора объекта **A**) m способами, то пары объектов **A** и **B** можно выбрать $n \cdot m$ способами.

Вопросы для самоконтроля

1. Основные правила комбинаторики и их иллюстрация на графе.
2. Порядок решения комбинаторных задач.
3. Приведите примеры размещений и перестановок без повторений.
4. Свойства сочетаний без повторений.
5. Как получить треугольник Паскаля, и где он применяется?

Выполните самостоятельно тестовые задания:

Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?
1) 30 2) 100 3) 120 4) 5
2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?
1) 128 2) 35960 3) 36 4) 46788
3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?
1) 10 2) 60 3) 20 4) 30
4. Вычислить: $6! - 5!$

- 1)600 2)300 3)1 4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

- 1) $\frac{17}{45}$ 2) $\frac{17}{43}$ 3) $\frac{43}{45}$ 4) $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

- 1) $\frac{3}{2}$ 2) 0,5 3) 0,125 4) $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

- 1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

8. Из 30 учеников спорткласса, 11 занимается футболом, 6 – волейболом, 8 – бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта?

- 1) $\frac{17}{30}$ 2) 0,5 3) $\frac{28}{30}$ 4) $\frac{14}{30}$

9. Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное – брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.

- 1) 0,8 2) 0,1 3) 0,015 4) 0,35

10. В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

- 1) $\frac{13}{22}$ 2) 0,5 3) $\frac{10}{22}$ 4) $\frac{15}{22}$

Вариант 2.

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

- 1)100 2)30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

- 1) 3 2)6 3)2 4)1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

- 1) 10000 2)60480 3)56 4) 39450

4. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

- 1) 2 2)56 3)30 4) $\frac{4}{3}$

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?

- 1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{36}{4}$

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

- 1) 0,25 2) $\frac{2}{6}$ 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

- 1) 0,5 2)0,4 3)0,04 4) 0,8

8. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

- 1) 0,21 2)0,49 3)0,5 4) 0,09

9. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

- 1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

10. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

- 1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Практическая работа №10

Тема: «Вычисление вероятностей случайных событий»

Цель работы: формировать умения вычислять вероятности события; вероятности случайных событий по классическому определению; применять теоремы сложения и умножения вероятностей для решения задач.

- Студент должен **знать**:
 - определения и формулы комбинаторики: числа перестановок, размещений и сочетаний;
 - классическое определение вероятности;
 - определения суммы событий, произведения событий;
 - формулировки и формулы теорем сложения и умножения вероятностей.
- Студент должен **уметь**:
 - вычислять перестановки, размещения и сочетания;
 - вычислять вероятность события, используя классическое определение и формулы комбинаторики;
 - решать задачи на применение теорем сложения и умножения вероятностей.

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретические сведения.
2. Рассмотреть образцы решения примеров.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельно задания.
5. Подготовить отчет.

Краткие теоретические сведения:

Размещения: Комбинации из n элементов по m элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются **размещениями**.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: Комбинации из n элементов по m элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются **сочетаниями**

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Перестановки: Комбинации из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются **перестановками**.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$$

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух **основных правил** - правила суммы и правила произведения.

Правило суммы. Если некоторый объект **A** можно выбрать n способами, а другой объект **B** можно выбрать m способами, то выбор "**либо A, либо B**" можно осуществить $n+m$ способами.

Правило произведения. Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после каждого такого выбора другой объект **B** можно выбрать (независимо от выбора объекта **A**) **m** способами, то пары объектов **A** и **B** можно $n \cdot m$ способами.

Вероятностью события **A** называется отношение числа исходов **m**, благоприятствующих наступлению данного события A_1 к числу **n** всех исходов (несовместных, единственно возможных и

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

равновозможных), т.е.

Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \leq P(A) \leq 1$

Невозможному событию соответствует вероятность $P(A)=0$, а достоверному – вероятность $P(A)=1$

Задания для самостоятельного решения

1 вариант

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
2. Даша дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 2 очка.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что три раза выпадет решка.
4. В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу, 5 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.
5. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 13 спортсменов из Австрии и 6 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швейцарии.
7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 25 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.
8. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр равна 8?

Критерии оценок: «5» - 9 заданий «4» - 7 заданий «3» - 5 заданий

2 вариант

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
3. Катя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 5 очков.
4. В среднем из 150 аккумуляторов, поступивших в продажу, 9 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.
5. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России

6. На соревнования по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Швейцарии, 6 из Великобритании и 2 из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает девятым, будет из Чехии.
7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.
8. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России
9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр меньше 4?

Критерий оценок: «5» - 9 заданий; «4» - 7 заданий; «3» - 5 заданий